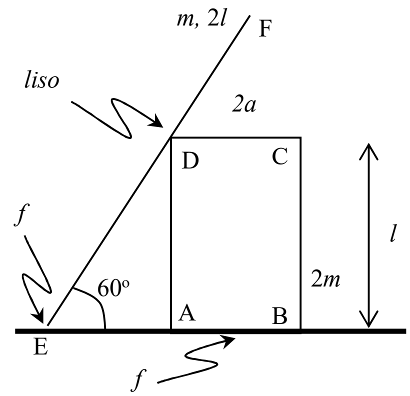
Mecánica clásica

Práctico VII – Estática

Ejercicio 1

Una placa rectangular ABCD tiene apoyada su cara AB sobre el suelo como indica la figura. AB = $2a$ y BC = l y se encuentra en un plano vertical. Una barra homogénea EF de longitud $2l$ está apoyada sobre el suelo en su extremo E y descansa sobre el vértice D de la placa formando un ángulo de 60° con la horizontal. Los contactos con el suelo tienen coeficiente de rozamiento f, mientras que el contacto entre la placa y la barra es liso.

Discuta el equilibrio del sistema según los valores de los parámetros f, l, y a; diciendo cómo se rompe el equilibrio cuando alguna condición no se verifica.



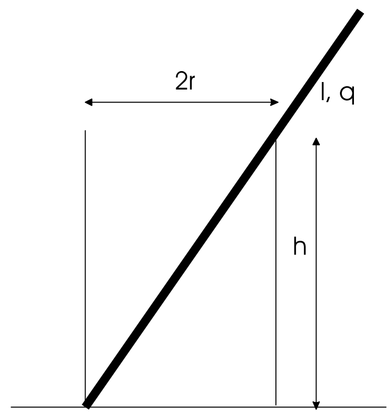
Ejercicio 2

Un cilindro hueco sin fondo, de radio r, altura h, y peso P descansa sobre una superficie horizontal. Una varilla rígida, de longitud l y peso por unidad de longitud q está apoyada al suelo y el cilindro como muestra la figura.

Todos los contactos son sin rozamiento.

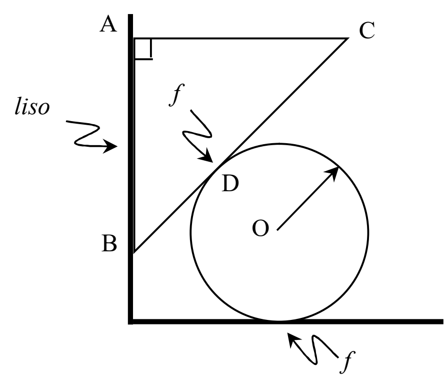
a) Determine, en función de r, h, P, y q la longitud máxima que puede tener la varilla para que exista equilibrio.

b) Indique la forma en la que el equilibrio se rompe al superarse la longitud hallada anteriormente.



Ejercicio 3

Una placa triangular ABC y un disco de centro O y radio R, ambos de masa m, están contenidos en un plano vertical y dispuestos como indica la figura. Es decir: la placa triangular tiene su lado AB apoyado sobre una pared vertical, y un punto de su hipotenusa se apoya sobre el disco, que a su vez está apoyado sobre el piso horizontal. La placa ABC es isósceles con AB = AC = L y el ángulo BAC es recto.



Investigue en qué casos existe equilibrio, sabiendo que el contacto placa-pared es liso, mientras que los contactos placa-disco y disco-piso son rugosos de coeficiente de rozamiento f. Especifique cómo se rompe el equilibrio en caso que alguna condición no se cumpla.

Nota: La discusión podrá hacerse en función de la distancia del punto D a la pared.

Ejercicio 4

Sobre la caja de un camión está apoyado un lavarropas (que modelaremos por una placa cuadrada y homogénea) de lado l y masa M. El contacto entre las superficies tiene coeficiente de rozamiento f. El camión, partiendo del reposo, es acelerado con aceleración constate a.

a) Halle la condición para que el lavarropas se mantenga en equilibrio relativo en un entorno del instante inicial.

b) Halle la condición para que el lavarropas deslice sin volcar en un entorno del instante inicial.

c) Halle la condición para que el lavarropas vuelque sin deslizar en un entorno del instante inicial.

d) Discuta en función de f y de a/g las distintas maneras de romperse el equilibrio, haciendo una gráfica mostrando diferentes regiones.

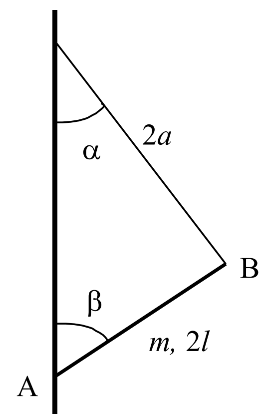
Sugerencia: Trabaje en el sistema no inercial fijo al camión.

Ejercicio 5

Una barra AB de longitud $2l$ y masa m está apoyada en uno de sus extremos sobre una pared vertical sin rozamiento; y por el otro extremo está sujeta por un hilo f.i.s.p. de longitud $2a$ que a su vez está atado a la pared.

a) Halle las configuraciones de equilibrio y discuta el resultado según la relación entre a y l.

b) Estudie la estabilidad de las configuraciones halladas en la parte anterior.

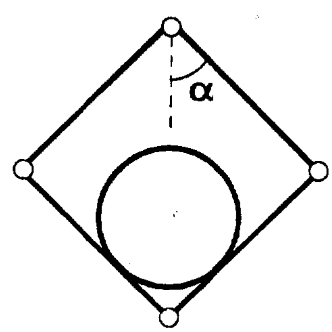


Ejercicio 6

El sistema de la figura está formado por cuatro barras y un disco que se encuentran siempre contenidos en un plano vertical. Las cuatro barras tienen longitud l y peso q y están unidas entre sí en sus extremos a través de articulaciones cilíndricas lisas. El punto superior del cuadrilátero que ellas forman está fijo. El disco de radio R y peso p está apoyado sobre las dos barras inferiores. El contacto entre el disco y las barras es liso.

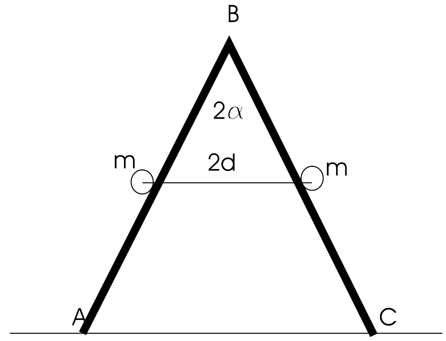
Calcule el ángulo α para que dicho sistema esté en equilibrio.

Sugerencia: Use argumentos de simetría y/o teorema de la energía.



Ejercicio 7

Una escalera ABC, de lados AB = BC = l, y de masa despreciable, está apoyada sobre el piso horizontal, siendo el contacto rugoso de coeficiente f. Dos partículas de masa m cada una, están apoyadas en la escalera y unidas entre sí por un hilo de masa despreciable y longitud d. Los dos brazos de la escalera están articulados en B.

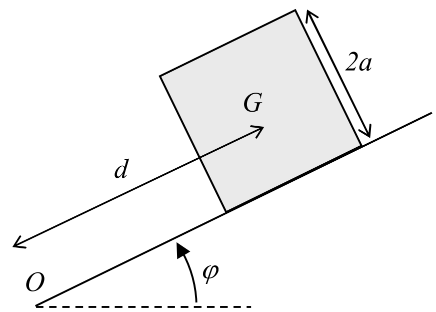


a) Sabiendo que $f = 0,25$ y $\alpha = 30º$, halle los valores de d para los que existe equilibrio.

b) Suponiendo ahora que hay rozamiento con $f = ¼$ entre la escalera y las dos masas, halle el rango de valores del parámetro d que permiten el equilibrio.

Ejercicio 8

Una placa cuadrada, homogénea, de lado $2a$, está apoyada sobre una recta que gira alrededor de un punto O, con aceleración angular α constante ($\varphi = \frac{1}{2}\alpha t^2$). La distancia entre la placa y el punto O es d-a (ver figura). El coeficiente de rozamiento estático entre la placa y la recta es f_s. En este ejercicio no hay peso.



a) Suponiendo que la placa no se mueve respecto a la recta, halle la aceleración de su centro.
b) Suponiendo que la placa no vuelca, halle la condición para que la placa no deslice en un entorno del instante inicial.
c) Halle el tiempo que demora la placa en deslizar.
d) Suponiendo que la placa no desliza, halle la condición para que la placa no vuelque en un entorno del instante inicial (observe que $\dot{L}_G = \frac{2}{3} m a^2 \alpha$).

Resultados

Ejercicio 1 $f \geq \dfrac{3}{8-\sqrt{3}}$ y $l \leq \dfrac{16+2\sqrt{3}}{3}a$.

Ejercicio 2 $l_{max} = min\left\{\dfrac{d^3}{2r^2}, \dfrac{d}{h}\sqrt{\dfrac{Pd}{q}}\right\}$ con $d = \sqrt{h^2 + 4r^2}$.

Ejercicio 3 $f \geq \dfrac{1}{\sqrt{2}+1}$ y $\dfrac{1}{3\sqrt{2}}L \leq x \leq \dfrac{2\sqrt{2}+1}{3(\sqrt{2}+1)}L$ (donde x es la distancia del punto D a la pared).

Ejercicio 4 a) $a < fg$ (no desliza) b) $a > fg$ (desliza) c) $a > g$ (vuelca)

$a < g$ (no vuelca). $f < 1$ (no vuelca). $f > 1$ (no desliza).

Ejercicio 5 $\alpha = 0 \quad \Rightarrow \quad \beta = 0, \pi$ (siempre).

$$\alpha = \arg\operatorname{sen}\sqrt{\frac{4l^2 - a^2}{3a^2}} \quad \Rightarrow \quad \beta = \pi - \arg\operatorname{sen}\sqrt{\frac{4l^2 - a^2}{3l^2}} \quad (l \leq a \leq 2l).$$

Ejercicio 6 $\alpha = max\left\{\alpha_0, \dfrac{1}{2}\arg\operatorname{sen}\left(\dfrac{2R}{l}\right)\right\}$ donde α_0 es la solución de la ecuación

$$2l(2q + p)\operatorname{sen}^3\alpha_0 = pR\cos\alpha_0$$

Ejercicio 7 a) $\dfrac{4-\sqrt{3}}{32}l \leq d \leq \dfrac{4+\sqrt{3}}{32}l$ b) $\dfrac{19-8\sqrt{3}}{128}l \leq d \leq \dfrac{19+8\sqrt{3}}{128}l$

Ejercicio 8 a) $\vec{a} = (d\ddot{\phi} - a\dot{\phi}^2)\hat{e}_\phi - (d\dot{\phi}^2 + a\ddot{\phi})\hat{e}_r$ b) $a < f_s d$ c) $t^2 = \dfrac{f_s d - a}{\alpha(1 + f_s a)}$