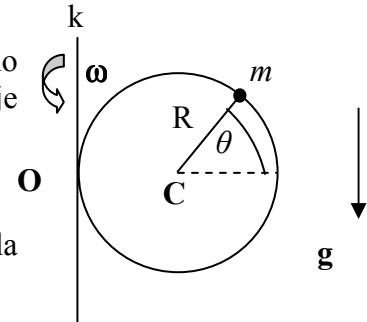


Instituto de Física – Facultad de Ciencias.

Examen de Mecánica clásica – Agosto 2006.

Ejercicio 1

Una guía lisa, de radio R , está contenida en un plano vertical y gira con velocidad angular ω constante en torno al eje vertical Ok . La guía es tangente al eje Ok en el punto O , según se indica en la figura. Una partícula de masa m está obligada a moverse sobre la guía, a través de un vínculo bilateral. El ángulo θ mide la posición relativa entre la partícula y la guía.



- Halle la ecuación de movimiento para m .
- Escriba la ecuación que determina las posiciones de equilibrio relativo de m respecto a la guía.
- Determine el valor de la reacción normal que ejerce la guía sobre m para las posiciones de equilibrio.

Ejercicio 2

Una partícula de masa m se mueve bajo la influencia de una fuerza central, cuyo potencial es de la forma: $U(r) = -\frac{K}{r^\alpha}$.

- Halle la frecuencia de una órbita circular con momento angular L dado.
- Suponga que se perturba ligeramente la órbita circular por una cantidad radial z , de modo que: $r = r_0 + z$.
Demuestre que el movimiento de z es periódico y dé una expresión para su frecuencia.
Para esto desarrolle $U'_{ef}(r)$ en la ecuación de Newton radial: $m \ddot{r} = -U'_{ef}(r)$ a primer orden en z en torno a r_0 y halle la ecuación diferencial que cumple $z(t)$.
- Halle la condición que debe cumplir α para que la órbita perturbada sea cerrada, esto es, que la frecuencia de oscilación radial sea un múltiplo de la frecuencia de la órbita circular.

Ejercicio 3

Una barra homogénea, de masa M y longitud $2l$, está unida a un punto fijo A por medio de una articulación esférica lisa. La barra se mueve bajo la influencia de la gravedad. Se definen los ángulos φ y θ usuales de las coordenadas esféricas: θ es el ángulo que forma la barra con el eje vertical z y φ el que forma la proyección de la barra en el plano horizontal con el eje x .

- Hallar la energía y el momento angular de la barra, en términos de φ y θ .
- Escriba las ecuaciones de movimiento para la barra. (Sugerencia: utilice leyes de conservación).

Si se lanza la barra con: $\theta_0 = \frac{\pi}{2}$, $\dot{\theta}_0 = 0$ y $\varphi_0 = 0$, $\dot{\varphi}_0 = \omega$:

- Halle los valores extremos que puede tomar el ángulo θ .

