

Mecánica clásica – Curso 2007

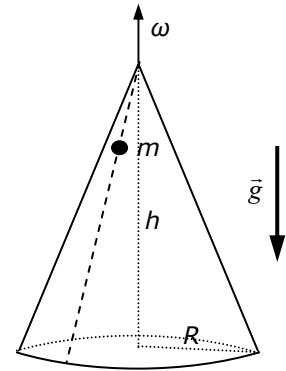
Examen - 13/2/2008

Ejercicio 1

Un cono de altura h y radio de la base R puede girar libremente alrededor de su eje. Una masa puntual m desliza por una ranura sobre una generatriz del cono. Inicialmente m está en el vértice del cono y este gira en torno a su eje con velocidad angular ω_0 .

- ¿Cuál es la velocidad angular del cono cuando m alcanza su base?
- Halle la velocidad absoluta de m cuando llega a la base del cono.
- ¿Qué trabajo realizan, en el sistema absoluto, las fuerzas reactivas sobre m , mientras se desliza por la ranura?

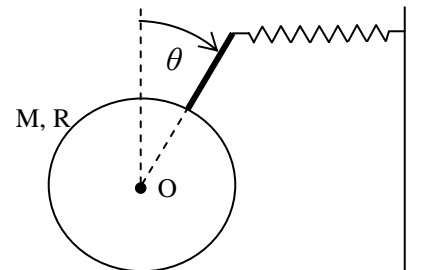
Asuma que el cono tiene un momento de inercia I_0 respecto a su eje.



Ejercicio 2

Se une una barra de masa despreciable y largo R a un disco de masa M y radio R según se indica en la figura. El disco rueda sobre una superficie horizontal con la que tiene un coeficiente de fricción estática f . Al extremo libre de la barra está fijo un extremo de un resorte de constante k y longitud natural nula, cuyo otro extremo puede deslizar libremente sobre la guía vertical. Se supondrá que el resorte siempre está horizontal.

Inicialmente la barra está en posición vertical, el disco está en reposo y su centro O está a una distancia $2R$ de la guía.



- Suponiendo que el disco no desliza, halle la energía total del cuerpo en términos del ángulo $\theta(t)$ indicado y sus derivadas.
- Halle la ecuación de movimiento en términos de $\theta(t)$.
- ¿Qué condición debe cumplir k para que el disco no deslice en un entorno del instante inicial?

Ejercicio 3

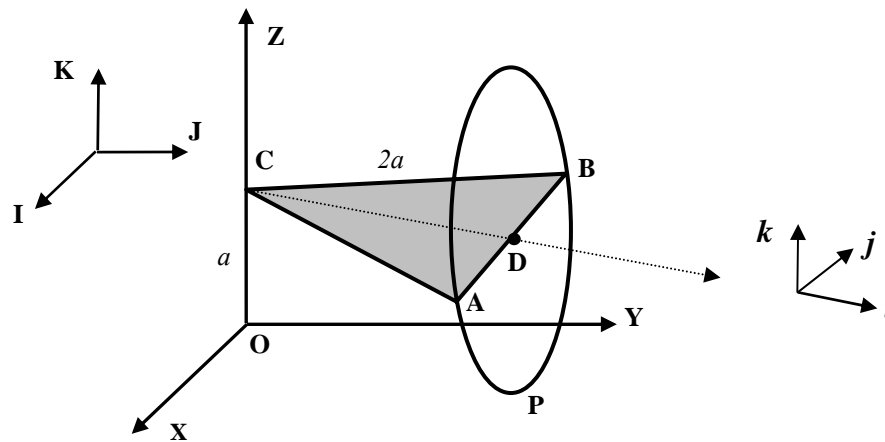
El rígido de la figura está compuesto por un triángulo equilátero ABC de masa m y de lado $2a$ unido a un aro de centro D y masa m . El plano del triángulo y plano del aro son perpendiculares y el lado AB del triángulo es diámetro del aro.

El sistema O, I, J, K es fijo y el sistema C, i, j, k es solidario al rígido, con i según el eje de simetría y j en el plano del triángulo.

El vértice C del rígido está fijo en el eje OZ mediante una articulación esférica lisa y a una distancia a de O . El aro rueda sin deslizar apoyado en el punto P sobre el plano horizontal OXY y en $t = 0$ el diámetro AB está horizontal.

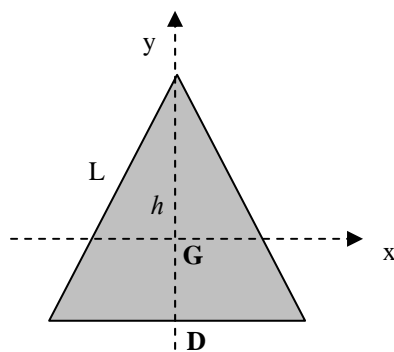
Calcule:

- Tensor de inercia del rígido en el sistema de coordenadas C, i, j, k .
- Velocidad angular del sólido en función del módulo $v(t)$ de la velocidad del punto D. Exprese la velocidad angular utilizando los versores K e i .
- La energía cinética del rígido en función de $v(t)$.



Nota:

Para un triángulo equilátero de lado L y masa m , con ejes que pasan por el centro de masa vale:



x e y son ejes principales.

$$I_x = I_y = \frac{1}{24} mL^2$$

$$I_z = \frac{1}{12} mL^2$$

$$DG = \frac{h}{3}$$