

Examen de Mecánica Clásica. Julio 2002.

1. Se considera una partícula de masa m bajo la acción de una fuerza central $\mathbf{F} = -k\mathbf{r}$.

- (a) Escribir las ecuaciones del movimiento.
- (b) Determinar la ley horaria.
- (c) Discutir la existencia de órbitas no acotadas y la forma de las órbitas en general.
- (d) Calcular cual debe ser el módulo de la velocidad inicial, suponiendo que esta sea tangencial, para que la órbita sea circular si el radio inicial es R .

2. Una partícula de masa m se mueve sobre una guía parabólica lisa contenida en un plano vertical, cuya ecuación es $z = ax^2$. La guía gira en torno al eje vertical z con velocidad angular ω constante.

- (a) Escribir las ecuaciones del movimiento de la guía.
- (b) Probar que hay una integral primera del movimiento de la forma

$$I = A(1 + 4a^2x^2)\dot{x}^2 + Bx^2$$

Sugerencia: multiplicar la componente de la ecuación del movimiento según la tangente a la guía por $\dot{s} = \sqrt{1 + 4a^2x^2}\dot{x}$.

- (c) Si la partícula parte del origen con velocidad inicial v_0 , discutir si su movimiento será acotado o no. En caso positivo determine el valor máximo de x .
- (d) Discutir si la energía se conserva.

3. Un disco homogéneo de masa M y radio R gira alrededor de un eje vertical de masa despreciable que contiene uno de sus diámetros con velocidad angular constante ω . Pegada al borde del disco hay una masa m , de modo tal que el radio que pasa por la masa es horizontal.

El eje está sostenido por soportes lisos y puntuales A y B a una distancia R del borde del disco por encima y por debajo de este respectivamente.

Determinar las reacciones en la dirección perpendicular al eje del disco en los puntos A y B.