

Exámen de Mecánica Cásica. Julio 2004

1. Se consideran dos péndulos idénticos contenidos en un plano vertical, dados por una barra rígida de longitud l de masa despreciable y una masa puntual m en su extremo, que cuelgan de un mismo plano horizontal de modo que sus puntos de sujeción están a una distancia d . Los extremos libres de estos péndulos están unidos por un resorte de longitud natural d y constante elástica k .

(a) Si x_1 y x_2 son los apartamientos de la vertical de cada péndulo, hallar las ecuaciones del movimiento en el caso de que tanto x_1 como x_2 sean muy pequeños.

(b) Restando y sumando las ecuaciones halladas, y utilizando las nuevas variables $z_1 = x_1 - x_2$ y $z_2 = x_1 + x_2$, resolver las ecuaciones halladas en (a). Asumir condiciones iniciales genéricas.

2. Se considera un disco de radio r en el interior de un aro vertical fijo de radio R .

(a) Si el disco parte del reposo de una posición tal que la recta que une los centros del disco y el aro forma un ángulo de $\frac{\pi}{4}$ con la vertical, calcule la velocidad del centro del disco cuando llega al punto más bajo.

(b) Calcule el coeficiente de rozamiento mínimo necesario para que el disco no deslice durante su movimiento.

3. Un disco homogéneo de masa M y radio R gira alrededor de un eje vertical de masa despreciable que contiene uno de sus diámetros con velocidad angular constante ω . Pegada al borde del disco hay una masa m , de modo tal que el radio que pasa por la masa es horizontal.

El eje está sostenido por soportes lisos y puntuales A y B a una distancia R del borde del disco por encima y por debajo de este respectivamente.

Determinar las reacciones en la dirección perpendicular al eje del disco en los puntos A y B.