

### Exámen de Mecánica Clásica. Marzo 2004

1. Se considera una partícula de masa  $m$  que se mueve sobre una guía circular lisa de radio  $R$ . La guía gira con velocidad angular  $\omega$  constante en torno a un eje que contiene uno de sus diámetros. Sobre la partícula actúa además una fuerza dirigida hacia el eje de rotación y proporcional con constante de proporcionalidad  $k$  a la distancia de la partícula al eje. No hay peso.

(a) Hallar las ecuaciones del movimiento según la dirección tangencial y las direcciones normales a la guía.

(b) Si  $\theta$  es el ángulo entre el radio de la guía que contiene la partícula y el eje de rotación, probar que hay una integral primera de las ecuaciones del movimiento en términos de  $\theta$  y  $\dot{\theta}$ . Es esta integral primera la energía? Se conserva la energía? Porqué?

Sugerencia: multiplicar la ec. del movimiento según la dirección radial por  $\dot{\theta}$  e integrar.

(c) Se considera un movimiento en el que la partícula parte del eje de rotación con una velocidad inicial muy pequeña. Discutir el tipo de movimiento según  $k$ ,  $m$  y  $\omega$ .

2. Se considera una placa cuadrada homogénea de lado  $a$  y masa  $M$  con una masa puntual  $m$  pegada en uno de sus vértices.

(a) Determinar el tensor de inercia del sistema placa-masa con respecto a un sistema solidario a la placa con origen en el centro de masa de la placa (no del sistema placa-masa), uno de sus ejes perpendicular a esta y los otros dos paralelos a sus lados.

(b) La placa con la masa pegada gira con velocidad constante  $\omega$  alrededor de un eje vertical que contiene el centro de la placa y es paralelo al lado que contiene la masa de modo que esta queda en el lado inferior. Determinar la fuerza y el torque que debe aplicarse para mantener este movimiento.

3. Se considera una placa cuadrada homogénea de masa  $m$  y lado  $L$  contenida en un plano vertical y apoyada sobre una superficie horizontal. El contacto entre la placa y la superficie horizontal es rugoso con coeficiente de rozamiento estático  $\mu$ . La superficie horizontal acelera hacia la derecha según el plano de la placa con aceleración proporcional al tiempo  $a = \gamma t$  donde  $\gamma$  es una constante.

Determinar si el equilibrio relativo entre la placa y el plano de apoyo se rompe, y en caso afirmativo cuando y como, discutiendo según los valores de los parámetros del problema.